

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

20. veljače 2017.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}x + 3y + z &= 5 \\3x - y + 2z &= -4 \\2x + 4y + z &= 7. \quad (1 \text{ bod})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$. (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $f(13.01)$ ako je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 - 1$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 2$ i predočite tu tangentu te graf funkcije $f(x)$. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija $f(x) = (x - 4)^2(x + 2)^2$. Računski odredite nultočke, točke lokalnih ekstrema kao i točke infleksije ove funkcije. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

20. veljače 2017.

2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Koristeći elementarne matične transformacije riješite linearan sustav:

$$2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 9x_4 - 3 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 + 1 = 0,$$

$$x_1 + 2x_2 + 4x_4 - 0 = 0,$$

$$-x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 5 = 0.$$

(10 bodova)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{k}$ i $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

(i) Odredite obujam paralelepipeda razapetog tim vektorima.
(5 bodova)

(ii) Prikažite vektor $2\vec{j} + 2\vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .
(5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x) = 6^{\frac{x}{5}} - x$.

(i) Razvijte tu funkciju u Taylorov red oko točke $x_0 = 0$. (5 bodova)

(ii) Napišite prva četiri člana Taylorovog razvoja. (2 boda)

(iii) Odredite područje konvergencije tog reda. (3 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) nultočke funkcije, (1 bod)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (4 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (4 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije, (3 boda)

(vii) Precizno nacrtajte graf ove funkcije, koristeći dobivene podatke.
(4 boda)